Grandeurs et mesures

(en résolvant des problèmes)

Une progression

Grandeurs sans mesure

Donner du sens à la mesure

Estimer la mesure d'une grandeur

Convertir d'une unité à une autre

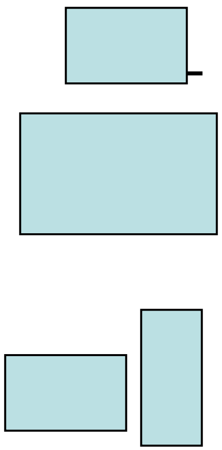
Calculer des mesures

Voir Le document d'accompagnement des programmes de 2002
« Grandeurs et mesure à l'école élémentaire »

argenteuil sud, mis en page et complété
par P.Delhaye Iufm Amiens

Grandeurs et mesures : une progression

- **<u>Donner du sens</u> à la grandeur indépendamment de la mesure.**



  - **Comparer des objets selon une grandeur (sans mesurer).**
    - 1ière étape : la comparaison perceptive
      - Aire : pas de difficulté « ça se voit. »
      - Contenance : lente acquisition de la conservation des volumes (prégnance de la hauteur du récipient)
      - Perception kinesthésique des masses (la sous pesée)
      - Les durées sont insaisissables et subjectives
      - Confusion longueurs des côtés / angles

Comparer des grandeurs (suite)

- 2ième étape : les autres comparaisons directes (quand la perception ne suffit plus).
  - La superposition (longueurs, surfaces, angles)
  - Le découpage / recollement (longueurs, aires)
  - La superposition de surfaces ne permet pas de comparer leurs périmètres.
  - Deux évènements ne peuvent être comparer directement que s'ils débutent en même temps.
  - Balance Roberval pour les masses
  - Le transvasement pour les contenances

- 3ième étape : la comparaison avec un objet intermédiaire.

Les grandeurs sont reportées sur un objet intermédiaire : ficelle, bande de papier, sablier, récipient intermédiaire, gabarit d'angle (calque puis comparaison)

- 4ième étape : ordonner des objets (transitivité de la relation « est inférieur à »)

- 5ième étape : construire un objet de grandeur identique à celle d'un objet donné (sans mesurer).
  - Ex. 1 : construire un segment de même longueur que celle d'une ligne brisée.
  - Ex. 2 : diapo suivante (périmètre et aire)

CM1

Périmètre et aire : découvrir le concept d'aire et distinction aire / périmètre.

- Tâche 1 : Découper dans une feuille à petits carreaux des rectangles de même périmètre qu'un rectangle donné.
  - ☞ Existence de figures (rectangles différents) de même périmètre
- Tâche 2 : Déterminer la surface ayant la plus grande aire.
  - ☞ Institutionnalisation de la notion d'aire et de la différence entre aire et périmètre
- Tâche 3 : Transformer un rectangle en une surface (rectangle, triangle) de même aire
  - ☞ Existence de figures (rectangles différents) de même périmètre

Donner du sens à la mesure

- **Mesurer** une grandeur d'un objet avec des « étalons » différents pour faire prendre conscience du besoin d'un étalon commun :
- Parcours d'EPS
- Surfaces différentes
- ...

- **Mesurer** une grandeur d'un objet donné avec une unité étalon ou une unité usuelle.
  ☞Faire prendre conscience des approximations.

- **Comparer ou ordonner** des objets selon une grandeur.

Exemple : ordonner selon l'aire croissante des triangles sur papier pointé

- **Construire** un objet dont la grandeur est donnée.
  Exemples :
  – *Construire un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 4 cm.*
  – *Construire un rectangle dont le périmètre est 8 cm.*
  – *Construire un carré dont l'aire est 16 cm^2.*

- **Estimer la mesure** d'une grandeur d'un objet **pour donner du sens aux différentes unités.**
  - ☞ L'estimation s'effectue sans instrument de mesure. L'unité de mesure peut être donnée mais l'intérêt de l'estimation réside dans le fait d'avoir à choisir l'unité usuelle appropriée.

  Exemples :
  - Demander d'estimer leurs mesures selon une grandeur donnée puis mesurer effectivement avec les instruments appropriés.

    Le pouce, le pas, la hauteur du tableau, la distance entre deux arbres de la cour ...

    Une lettre, une craie, une orange, une bouteille d'eau, une boule de pétanque ...
  - Demander d'estimer leurs mesures selon une grandeur donnée et rechercher des informations sur ces mesures.

    De l'école à la mairie, de Paris à Bruxelles, de Rome à New-York, de la terre à la lune ...

    Une baleine, un tracteur, une voiture, la tour Eiffel ...

- **Convertir**, d'une unité à une autre, la mesure d'une grandeur

- **Déterminer**, par calcul, la mesure d'une grandeur.

CE2

La construction d’une graduation

- Voir l’exemple de séquence sur les longueurs (p. 86 des documents d’accompagnement des programmes de 2002)

CM2

Le changement d’unité

• La compréhension du passage d'une unité à une autre s'appuie sur <u>la connaissance mémorisée des relations</u> qui existent entre elles. À partir de mesurages avec des unités différentes, les élèves peuvent découvrir certaines de ces relations (multiplier ou diviser par 10, 100, 1000)

Ex. : paver un carré de 1 dm de côté avec des carrés d'aire 1 cm^2 pour construire la connaissance de la relation entre le dm^2 et le cm^2.

• Les relations entre les différentes unités de mesure relatives à une même grandeur permettant les conversions de mesure sont des <u>problèmes de proportionnalité</u>.

Vers une unité d’ordre inférieur

- Le passage d'une unité à une unité d'ordre inférieur peut se traduire soit à l'aide d'additions réitérées, soit à l'aide d'une multiplication.

Ex. : À partir de l'égalité 1 L = 100 cL, le passage de 4 L à 400 cL peut se traduire :

- soit par une addition

  100 cL + 100 cL + 100 cL + 100 cL

- soit par une multiplication

  4 x 100 cL

Vers une unité d’ordre supérieur

Le passage d'une unité à une unité d'ordre supérieur peut se traduire, on peut avoir recours soit à la <u>division euclidienne</u>, soit à la <u>division décimale</u> ou la fraction décimale.

- Si le résultat de la conversion est attendu sous forme d'une écriture complexe, on a recours à la division euclidienne. Le quotient de cette division euclidienne correspond au nombre dans l'unité supérieure et le reste indique le nombre d'unités restantes.

  Ex. : division euclidienne pour convertir 42 cm en 4 dm et 2 cm :

  42 = 4 x 10 + 2

  4 est le quotient de la division euclidienne de 42 par 10 et 2 le reste.

  (on utilise le fait que 10 cm =1 dm).

- Si le résultat de la conversion est attendu sous forme d'une écriture décimale, on a recours à la division décimale ou à la fraction décimale

  Ex. : La division de 42 par 10 permet d'obtenir la correspondance entre 42 cm et 4,2 dm.

Une première difficulté : les unités de durée

- Le système des unités conventionnelles de durée est <u>sexagésimal</u> :

  1 h = 60 min et 1 min = 60 s, ce qui entraîne le recours à la division par 60.

- La conversion d'une mesure de durée dans des unités supérieures aboutit très souvent à <u>l'apparition de nombres non décimaux</u> dont l'apprentissage ne concerne pas l'école élémentaire.

  Ex. : 136 min = 136/60 heures = 34/15 heures.

  34/15 n'est pas un nombre décimal.

- Pour cette raison, le résultat d'un passage dans une unité supérieure est exprimé <u>sous forme d'une écriture complexe</u> ne mettant en jeu que des nombres entiers. Ce résultat est alors obtenu par l'utilisation de la division euclidienne par 60.

  Ex. : 136 = 60 x 2 + 16 : la division euclidienne de 136 par 60 a pour quotient 2 et pour reste 16, ce qui se traduit par 136 min = 2 h 16 min.

- Toutefois, on peut avoir recours à <u>l'utilisation de fractions simples</u> pour désigner certaines relations entre les durées (1/4 h, 1/2 h...). La mise en évidence de ces relations est alors obtenue à partir d'un raisonnement mettant en jeu la proportionnalité.

  Ex. : Pour convertir 15 min en heure, on utilise le fait que 60 min = 1 h

  et que 15 min est quatre fois plus petit que 60 min, ce qui permet d'écrire que 15 min = 1/4 h.

Une deuxième difficulté : les unités d'aires

- Quand on passe du m^2 au dm^2, on multiplie par 100.
  Ex. : 1 m^2 est cent fois plus grand que 1 dm^2.

- La difficulté provient des raisonnements liés à la résolution des problèmes multiplicatifs du type produit de mesures. Si on multiplie par 10 les deux dimensions d'un carré (1 m = 10 dm), alors son aire est multipliée par 100.

- Les élèves peuvent mettre en évidence ces relations en réalisant un pavage effectif d'un carré d'aire 1 m^2 par des carrés d'aire 1 dm^2. Ces raisonnements sont difficilement abordables par des élèves de l'école élémentaire.

Le tableau de conversion

- Le tableau de conversion ne peut pas être utilisé pour les mesures de durées mais il l'est souvent pour exprimer les mesures des autres grandeurs avec les différentes unités légales.

- Pour les adultes, le tableau de conversion traduit les raisonnement, décrits précédemment, mais qu'en est-il pour les élèves ? La plupart du temps, le tableau est imposé avant que les élèves n'aient eu le temps de mémoriser les relations entre les différentes unités et de les utiliser pour convertir. Son utilisation est alors vide de sens et source d'erreurs aussi bien pour placer les nombres que pour convertir.

- Donc :
  1. Etude des raisonnements multiplicatifs traduisant les relations entre les différentes unités dans les situations de conversion.
  2. Mémorisation des égalités entre les différentes unités.
  3. Introduction du tableau de conversion.

- Dans les documents d'accompagnement des programmes de 2002, on peut lire :

  « Le tableau dit de conversion des unités ne doit pas être proposé avant qu'un certain nombre d'exercices de transformation de mesures ait permis aux élèves de prendre conscience des régularités, dues à la compatibilité du système métrique avec l'écriture décimale numérique. » (p. 81)